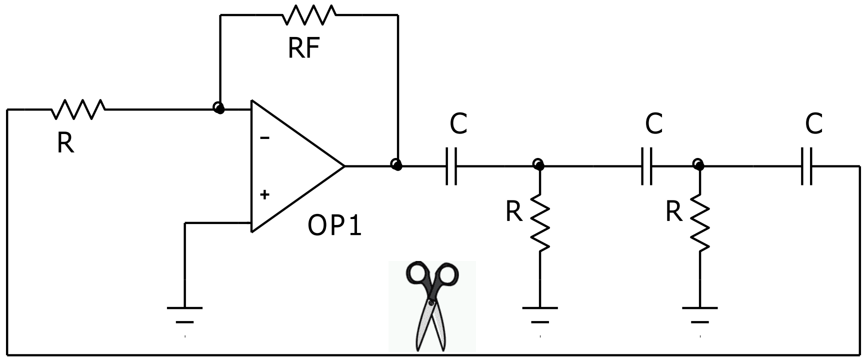
ZADATAK 1.

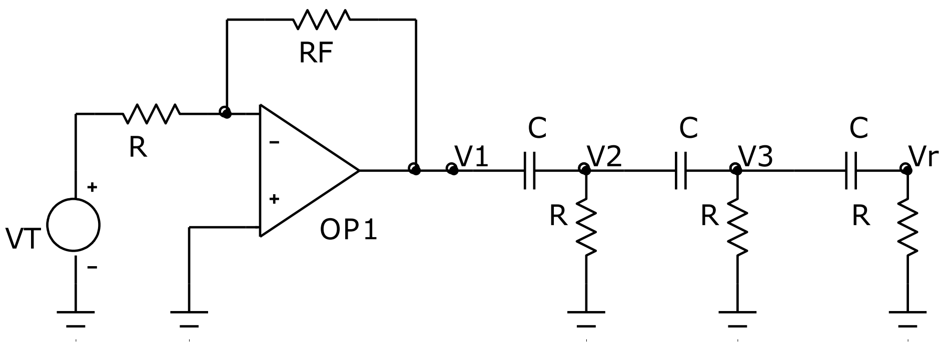
Na slici 1 je data šema harmonijskog oscilatora. Operacioni pojačavač je idealan. Odrediti frekvenciju oscilovanja i minimalnu vrednost otpornika R_F da bi oscilator mogao da proosciluje.



Slika 1

REŠENJE:

OP_1 zajedno sa otpornicima R_F i R čini invertujući pojačavač. Da bismo tu činjenicu iskoristili i dalje smatrali da imamo pojačavač pojačanja $-\frac{R_F}{R}$ ulazne otpornosti R, tu grupu ne bi trebalo razdvajati. Pogodno mesto za sečenje bi bila veza između krajnje desnog kondenzatora i pomenutog pojačavača (obeleženo makazama na slici 1). Ovim dobijamo još i tu pogodnost da će mesto sečenja posle kondenzatora morati da se zatvori ulaznom otpornošću invertujućeg pojačavača (R) čime dobijamo tri identična segmenta C-R kao što je prikazano na slici 2.



Slika 2

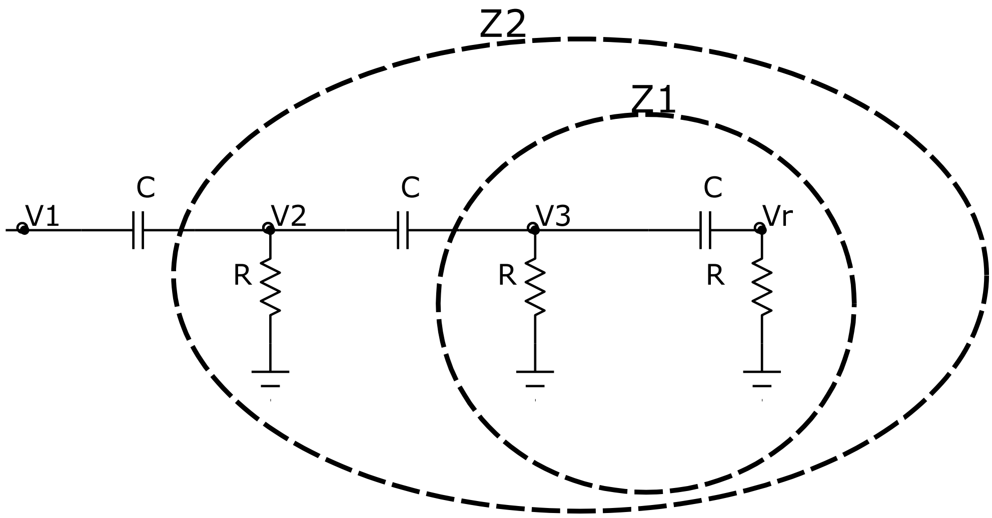
Sa slike 2 je jasno da je

$$V_1 = -\frac{R_F}{R} V_T \tag{1}$$

tako da radi jednostavnosti operacioni pojačavač više nećemo ni crtati. Na slici 3 obeležene su impedanse koje ćemo koristiti da bismo našli kružno pojačanje $A\beta = V_r/V_T$. Izračunajmo te impedanse:

$$Z_1 = R \| \left(\frac{1}{sC} + R\right) = \frac{R\left(\frac{1}{sC} + R\right)}{R + \frac{1}{sC} + R} = \frac{R(1+sCR)}{1+2sCR} \quad , \tag{2}$$

$$Z_2 = R \| (\frac{1}{sC} + Z_1) = \frac{R(1+3\,sCR+(sCR)^2)}{1+4\,sCR+3(sCR)^2} \quad . \tag{3}$$



Slika 3

Na osnovu šeme sa slike 3 (koristeći formulu za naponski razdelnik) možemo napisati sledeće:

$$V_2 = \frac{Z_2}{1/sC + Z_2} V_1 \quad , \tag{4}$$

$$V_3 = \frac{Z_1}{1/sC + Z_1} V_2 \quad , \tag{5}$$

$$V_r = \frac{R}{1/sC + R} V_3 \quad . \tag{6}$$

Sada imamo sve elemente za izračunavanje Aβ. Zamenom (4) u (5) i (5) u (6) i zamenom impedansi (2) i (3) kao i pojačanja pojačavača (1) i sređivanjem dobijamo:

$$A\beta = \frac{V_r}{V_T} = -\frac{R_F}{R} \frac{(sRC)^3}{(sRC)^3 + 6(sRC)^2 + 5\mathrm{sRC} + 1} \quad . \tag{7}$$

Nakon zamene s→jω dobijamo:

$$A\beta(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \frac{-j\omega^3(RC)^3}{-j\omega^3(RC)^3 - 6\omega^2(RC)^2 + 5\,j\omega\,RC + 1} \quad . \tag{8}$$

Na osnovu jednačine (8) treba odrediti kružnu frekvenciju ω_0 na kojoj je kružno pojačanje realno. To će se postići kada se realni deo imenioca izjednači sa nulom:

$$-6\,\omega_0^2(RC)^2 + 1 = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}\,RC} \, ; \, f_0 = \frac{1}{2\pi\,\sqrt{6}\,RC} \quad . \tag{9}$$

Na osnovu ovog rezultata zaključujemo da su harmonijske oscilacije u ovom kolu moguće na kružnoj frekvenciji ω_0 (ili frekvenciji f_0). Kolo će prooscilovati i održavaće oscilacije ako je kružno pojačanje na frekvenciji f_0 barem jedinično. Zamenom izraza za ω_0 (9) u (8), dobijamo:

$$A\beta(\omega_0) = -\frac{R_F}{R}\frac{-\omega_0^3(RC)^3}{-\omega_0^3(RC)^3 + 5\omega_0 RC} = -\frac{R_F}{R}\frac{1}{30-1} \geqslant 1 \Rightarrow R_F \geqslant 29R \qquad (10)$$

Time je i nađeno i minimalno pojačanje pojačavača potrebno da bi se oscilacije održale.