Mikroprocesorski sistemi u medicini

-Brojni sistemi, binarna aritmetika i aritmetička kola-

-Brojni sistemi i binarna aritmetika-

Brojni sistemi

- Ceo broj u pozicionom brojnom sistemu sa osnovom b, predstavlja se nizom od n cifara

$$c_{n-1}c_{n-2}...c_1c_0, \text{ pri čemu } c_i \in \{0,1,...,b-1\}, i = 0,1,...,n-1$$

- **Vrednost broja**:

$$X = \sum_{i=0}^{n-1} c_i b^i = c_{n-1}b^{n-1} + c_{n-2}b^{n-2} + ... + c_1b^1 + c_0b^0$$

- Obrađivaćemo 3 brojna sistema:

- Decimalni: $b = 10$, sa ciframa $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- Binarni: $b = 2$, sa ciframa $\{0,1\}$
- Heksadecimalni: $b = 16$, sa ciframa $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$

-Binarna aritmetika-

Sabiranje

$$0+0=0,\ \text{prenos } 0$$
$$0+1=1,\ \text{prenos } 0$$
$$1+0=1,\ \text{prenos } 0$$
$$1+1=0,\ \text{prenos } 1$$

- Izlazni prenos, 1+1=10
- Binarno sabiranje para bita na poziciji n, A_n+B_n, zajedno sa ulaznim prenosom C_{in}
- Rezultat S_n - izlazni prenos C_{out}

A_n	B_n	C_{in}	S_n	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

DECIMALNO	BINARNO
5	0000 0101
+2	+0000 0010
7	0000 0111
18	0001 0010
+ 2	+0000 0010
20	0001 0100
147	1001 0011
+ 75	+0100 1011
222	1101 1110

Oduzimanje

$$0 - 0 = 0, \text{ pozajmica} = 0$$
$$0 - 1 = 1, \text{ pozajmica} = 1$$
$$1 - 0 = 1, \text{ pozajmica} = 0$$
$$1 - 1 = 0, \text{ pozajmica} = 0$$

- Pozajmica
- Binarno oduzimanje para bita na poziciji n, A_n+B_n, zajedno sa **ulaznom pozajmicom B_{in}**
- Rezultat R_n i izlazna pozajmica B_{out}

A_n	B_n	B_{in}	R_n	B_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

DECIMALNO	BINARNO
27	0001 1011
-10	- 0000 1010
17	0001 0001
172	1010 1100
- 42	- 0010 1010
130	1000 0010
192	1100 0000
- 3	- 0000 0011
189	1011 1101

Predstavljanje negativnih brojeva

- Predstava broja u komplementu dvojke
- Primer binarnih brojeva u osmobitnoj označenoj formi (interval od -128 do 127)

- Prevođenje broja u njegov drugi komplement (komplement dvojke), broj **isti po apsolutnoj vrednosti** suprotan po predznaku vrši se u **dva koraka**:

1. Invertuju se vrednosti svih n bita u binarnom zapisu broja
2. Dobijeni rezultat se sabere sa 1

Primer: (Komplement dvojke broja 35)

$35_{10} = 00100011_2$

1.korak (invertovanje): 11011100_2

2.korak (+1): 11011101_2

Dakle, $-35_{10} = 11011101_2$

Primer: (Komplement dvojke broja -35)

$-35_{10} = 11011101_2$

1.korak (invertovanje): 00100010_2

2.korak (+1): 00100011_2

Dakle, $-(-35_{10}) = 00100011_2$

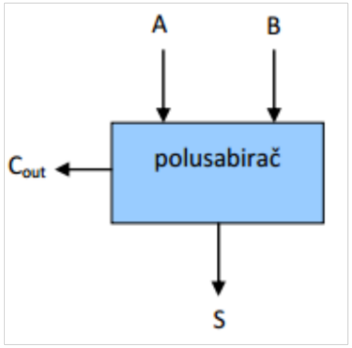
-Aritmetička kola-

Polusabirač

- Polusabirač je kolo koje obavlja **operaciju sabiranja dva bita, bez vođenja računa o ulaznom prenosu**.

- Pogodan je za korišćenje u situacijama u kojima je unapred poznato da je ulazni prenos jednak nuli (sabiranje najmanje značajnih bita).

- Simbol, funkcionalna tabela i logičke funkcije za realizaciju



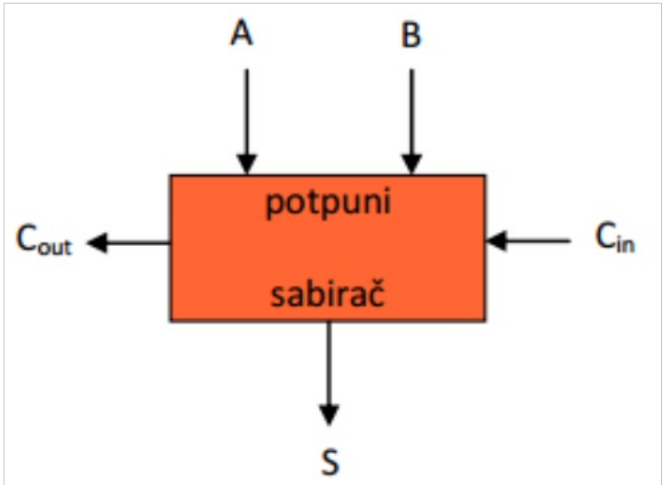
A	B	S	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \bigoplus B$$
$$C_{out} = A \cdot B$$

Sabirač

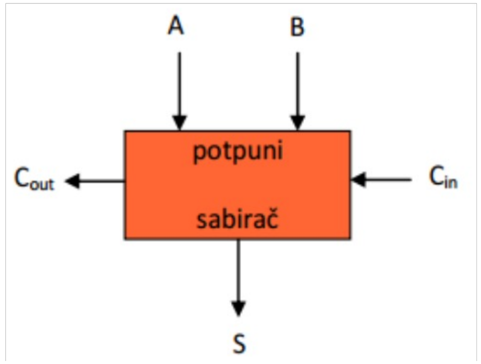
- Za razliku od polusabirač, potpuni sabirač uzima u obzir i ulazni prenos (Cin).

- Simbol, funkcionalna tabela i logičke funkcije za realizaciju



A_n	B_n	C_{in}	S_n	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Sabirač



$A_n \backslash B_nC_{in}$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

A_n	B_n	C_{in}	S_n	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_n = A_n \cdot \overline{B_n} \cdot \overline{C_{in}} + \overline{A_n} \cdot \overline{B_n} \cdot C_{in} +$$
$$+ A_n \cdot B_n \cdot C_{in} + \overline{A_n} \cdot B_n \cdot \overline{C_{in}}$$

$A_n \backslash B_nC_{in}$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$C_{out} = A_n \cdot B_n + A_n \cdot C_{in} + B_n \cdot C_{in}$$

-Logičke funkcije (teorijski osvrt)-

Standardne forme

indeks	A	B	C	F	proizvod/zbir
0	0	0	0	0	$A+B+C$
1	0	0	1	1	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$
2	0	1	0	0	$A+\overline{B}+C$
3	0	1	1	0	$A+\overline{B}+\overline{C}$
4	1	0	0	1	$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$
5	1	0	1	1	$A\cdot\overline{B}\cdot C$
6	1	1	0	1	$A\cdot B\cdot\overline{C}$
7	1	1	1	1	$A\cdot B\cdot C$

Potpuna DNF:
$$F=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot C$$

Potpuna KNF:
$$F=(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})$$

- **DNF disjunktivna normalna forma (DNF)** – zbir proizvoda u čijem formiranju učestvuju ulazne promenljive u njihove invertovane vrednosti
- **KNF konjuktivna normalna forma (KNF)** – proizvod zbirova u čijem formiranju učestvuju ulazne promenljive i njihove invertovane vrednosti
- **Potpuna (savršena) standardna forma** ako u formiranju proizvoda odnosno zbirova učestvuju sve ulazne promenljive

Minimizacija funkcije korišćenjem Karnoovih tabela

A	B	C	D	F(A, B, C, D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

- Optimalna forma funkcije sa minimalnim brojem logičkih kola
- Grafička metoda minimizacije kada je broj promenljivih manji ili jednak 4, korišćenjem Karnoovih mapa (tabela)

Karnoova tabela za funkciju F(A,B,C,D):

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	0	1	1

$$F = \overline{B} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Minimizacija funkcije korišćenjem Karnoovih tabela

A	B	C	D	F(A, B, C, D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

- Karnoova tabela sadrži 2^n polja
- Svako **polje** odgovara po jednoj kombinaciji ulaznih promeljivih I u polje se upisuje **vrednost funkcije za datu kombinaciju**

Karnoova tabela za funkciju F(A,B,C,D):

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	0	1	1

$$F = \overline{B}\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot C$$

Minimizacija funkcije korišćenjem Karnoovih tabela

Karnoova tabela za funkciju F(A,B,C,D):

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	0	1	1

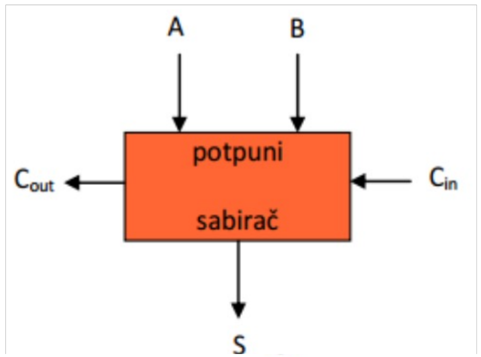
$$F = \overline{B} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

- Sve jedinice je potrebno pokriti **minimalnim brojem što je moguće većih maski veličine 2^n polja** (dozvoljene veličine su 1,2,4,8,16)
- **Sve jedinice treba da budu pokrivene**, maska ne treba da prelazi preko nula i maske se mogu delimično poklapati.
- Svakoj maski se dodeljuje proizvod ulaznih promenljivih, promenljive koje imaju vrednost 1 u svim poljima maske biće neinvertovane, promenljive koje imaju vrednost 0 biće invertovane, a promenljive koje menjaju vrednost u okviru maske ne učestvuju u formiranju proizvoda.

-Sabirač- nastavak-

Sabirač

- Simbol, funkcionalna tabela i logičke funkcije za realizaciju (preko Karnoovih mapa)



A_n	B_n	C_{in}	S_n	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

A_n \ B_nC_{in}	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$S_n = A_n \cdot \overline{B_n} \cdot \overline{C_{in}} + \overline{A_n} \cdot \overline{B_n} \cdot C_{in} +$$
$$+ A_n \cdot B_n \cdot C_{in} + \overline{A_n} \cdot B_n \cdot \overline{C_{in}}$$

A_n \ B_nC_{in}	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$C_{out} = A_n \cdot B_n + A_n \cdot C_{in} + B_n \cdot C_{in}$$

-Standardne kombinacione mreže 1. deo -

Komparatori

- Komparatori su standardne kombinacione mreže koje vrše **poređenje dva binarna broja**, a izlazi komparatora daju informaciju o tome da li su brojevi jednaki ili nisu i o tome koji je odnos medju njima (tj. koji broj je veći).

$$A = a_{n-1}a_{n-2}..a_1a_0 \qquad\qquad B = b_{n-1}b_{n-2}..b_1b_0$$

- Najpre realizacija jednobitnog komparatora
- Izlazi Out< i Out> daje informaciju da li je A<B ili je A>B,
- Pri odlučivanju razmatra se stanje na ilazima In <, In > koja su diktirana od strane prethodnog komparatora, koji je izvršio poređenje para bita većeg značaja.

1. $(In <) = 0, (In >) = 0$ označava da je $A = B$ na osnovu poređenja viših bita.
2. $(In <) = 0, (In >) = 1$ označava da je $A > B$ na osnovu poređenja viših bita.
3. $(In <) = 1, (In >) = 0$ označava da je $A < B$ na osnovu poređenja viših bita.
4. $(In <) = 1, (In >) = 1$ je nedozvoljena kombinacija ulaza.

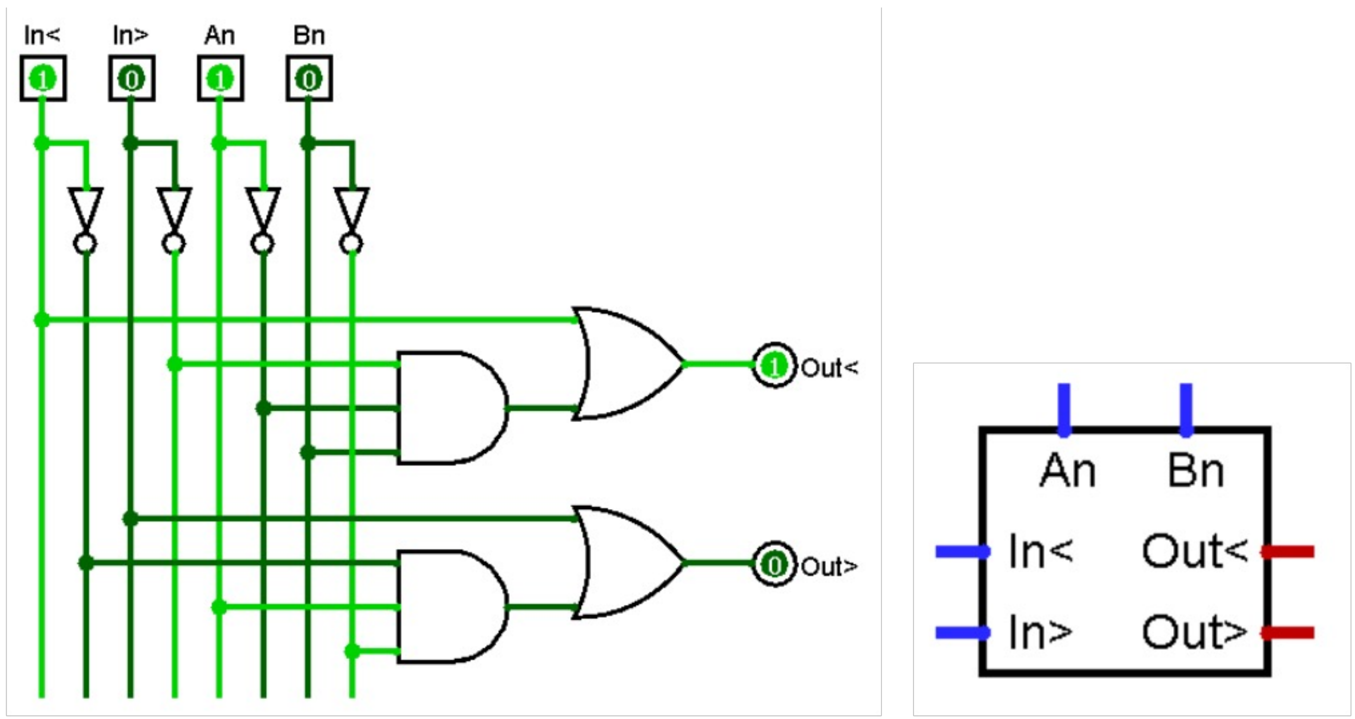
Komparatori

$In <$	$In >$	A_n	B_n	$Out <$	$Out >$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	X	X
1	1	0	1	X	X
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

- U slučajevima 2 i 3 odluka o odnosu A i B je donešena na višem stupnju logike (na nekom od prethodnih komparatora), pa se prenosi na izlaz bez obzira na stanje na ulazima A_n i B_n
- U slučaju 1 odluka se donovi na osnovu stanja na ulazima A_n i B_n
- Funkcionalna tabela komparatora

Komparatori

$$(Out <) = (In <) + \overline{In >} \cdot \overline{A_n} \cdot B_n$$
$$(Out >) = (In >) + \overline{In <} \cdot A_n \cdot \overline{B_n}$$

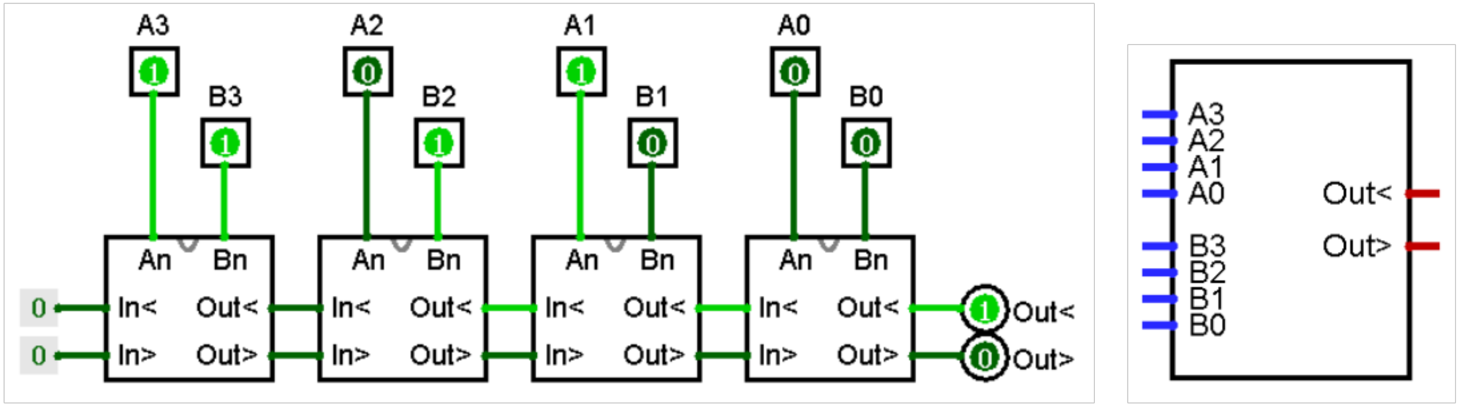


(a) *Logička šema* (b) *Šematski simbol*

Slika 1: *Jednobitni komparator*

Komparatori

- Kaskadnim vezivanjem 4 jednobitna komparatora dobija se 4-bitni komparator



(a) *Logička šema* (b) *Šematski simbol*

Slika 2: *4-bitni komparator*

Hvala na pažnji!