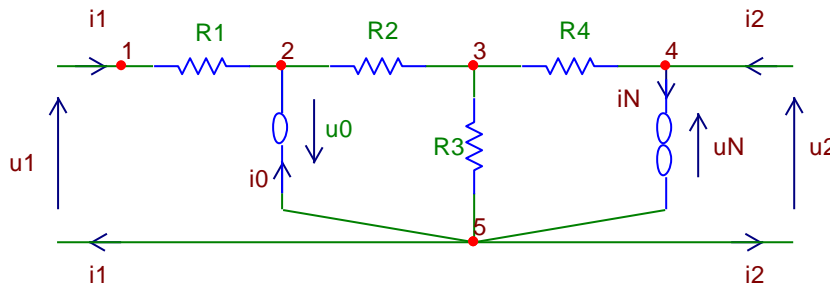


**PRIPREMA ZA VEŽBU 1:**

1. U rezistivnoj dvopristupnoj mreži zadatoj na Slici 1, parametri  $R_1, R_2, R_3$  i  $R_4$  su poznati, pozitivni i konačni.

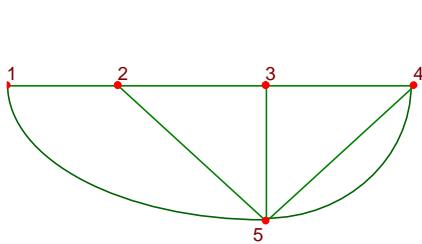
- Nacrtajte graf pridružen mreži, strujni graf i naponski graf,
- formirajte redukovani skup jednačina potrebnih za određivanje konstitutivnih relacija (KR) ove mreže u  $r$ -formi i  $a$ -formi. Kolike su dimenzije potpunog i redukovanog skupa jednačina potrebnih za određivanje KR mreže?
- Rešite dobijeni redukovani sistem simboličkih jednačina u Matlab-u (odredite KR mreže u  $r$ -formi i  $a$ -formi).



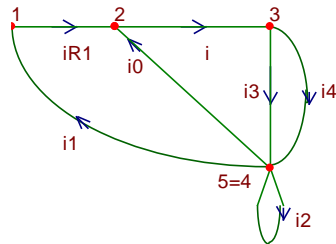
Slika 1.

**REŠENJE:**

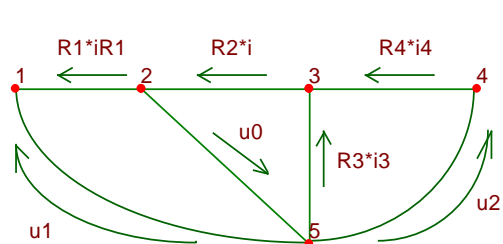
a) Graf pridružen mreži i odgovarajući strujni i naponski grafovi su prikazani na Slikama 1a, 1b i 1c. Struje koje nisu zadate postavkom zadatka su proizvoljno označene i orijentisane na strujnom grafu, a naponi u naponskom grafu su usklađeni sa smerovima struja.



Slika 1a. Graf mreže



Slika 1b. Strujni graf



Slika 1c. Naponski graf

b) Graf pridružen mreži ima 8 grana. Svaka grana odgovara jednom pristupu, kome pridružujemo par promenljivih (napon, struja). Odavde sledi da su dimenzije maksimalnog skupa linearno nezavisnih  $j$ -na  $16 \times 16$ . Strujni graf ima 4 čvorova, odakle sledi da se u redukovanom skupu jednačina može napisati maksimalno 3 linearno nezavisnih SKZ+KR. Naponski graf ima 3 okca, odakle sledi da je maksimalni broj linearno nezavisnih NKZ+KR jednak 3. Ukoliko SKZ+KR napišemo npr. za snopove oko čvorova 1, 2 i 3 (svi snopovi orijentisani npr. ka spolja), i NKZ+KR za sva 3 okca (smer obilaska kontura npr. u pravcu kretanja kazaljki na satu), redukovani sistem jednačina glasi:

$$\text{SKZ+KR: } \begin{cases} -i_1 + i_{R1} = 0 \\ -i_{R1} - i_0 + i = 0 \\ -i + i_3 + i_4 = 0 \end{cases} \quad \text{NKZ+KR: } \begin{cases} u_1 - R_1 i_{R1} + \underbrace{u_0}_0 = 0 \\ -\underbrace{u_0}_0 - R_3 i_3 - R_2 i = 0 \\ R_3 i_3 - R_4 i_4 - u_2 = 0 \end{cases} .$$

Redukovani sistem ima 6 jednačina i 8 promenljivih,  $\{u_1, i_1, u_2, i_2, i_3, i_4, i_{R1}\}$ , te su dimenzije sistema  $6 \times 8$ . Ovaj broj jednačina je dovoljan, s obzirom da je krajnji cilj zadatka dobijanje KR dvopristupne mreže, koje su u implicitnoj formi oblika  $f_1(u_1, i_1, u_2, i_2) = 0$  i  $f_2(u_1, i_1, u_2, i_2) = 0$ , tj. dimenzija  $2 \times 4$ . Ovo znači da nam je za određivanje KR dovoljan sistem dimenzija  $n \times (n-2)$  (za rezistivnu mrežu sa jednim pristupom  $n \times (n-1)$ , a za rezistivno kolo  $n \times n$ , gde je  $n$  broj promenljivih u redukovanom sistemu).

c) Da bismo rešili redukovani sistem simboličkih  $j$ -na u Matlab-u, potrebno je definisati sve simboličke promenljive koje se pojavljuju, korišćenjem naredbe **syms**,

```
>>syms R1 R2 R3 R4 u1 u2 i1 i2 i3 i4 i iR1
```

Zatim je potrebno definisati jednačine redukovanog sistema,

```
>>eq1=-i1+iR1==0; eq2=-iR1+i==0; eq3=-i+i3+i4==0;
>>eq4=u1-R1*iR1==0; eq5=-R3*i3-R2*i==0; eq6=R3*i3-R4*i4-u2==0;
```

Za dobijanje KR u  $r$ -formi treba eliminisati sve promenljive *osim*  $i_1$  i  $i_2$ , odnosno, za dobijanje KR u  $a$ -formi, sve *osim*  $u_2$  i  $i_2$ . Sistem simboličkih  $j$ -na rešavamo korišćenjem naredbe **solve**,

```
>>KR_R_FORMA=solve(eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6,i,i3,i4,iR1,u1,u2)
>>KR_A_FORMA=solve(eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6,i,i3,i4,iR1,u1,i1)
```

Rešenjima pristupamo preko

```
>>KR_R_FORMA.u1
>>KR_R_FORMA.u2
>>KR_A_FORMA.u1
>>KR_A_FORMA.i1
```

Rešenja možete pokušati srediti (grupisati zajedničke činioce) korišćenjem naredbi **simplify**, **collect** i **pretty**.

Na kraju, rešenje zadatka (KR dvopristupne mreže u eksplicitnoj  $r$ -formi i  $a$ -formi) glase

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ -\left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_3}\right) & 0 \end{bmatrix}}_{\text{matrica } r} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_1}{\left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_3}\right)} & 0 \\ 1 & 0 \\ -\frac{R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_3}}{R_3} & 0 \end{bmatrix}}_{\text{matrica } a} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}.$$

Pokušajte da nađete KR ove mreže u npr.  $g$ -formi ili  $h$ -formi. Objasnite zašto Matlab ne može da nađe ova rešenja (pomoć: dvopristupni rezistivni elementi/mreže ne moraju da imaju KR u svih 6 eksplicitnih formi).