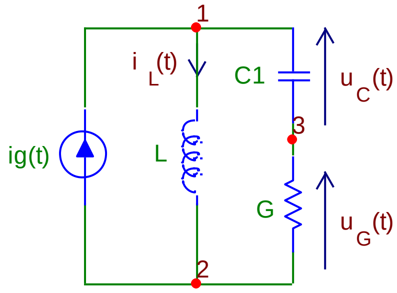
KURS TEORIJA ELEKTRIČNIH KOLA
RAČUNARSKA VEŽBA BROJ 4: LINEARNA VREMENSKI NEPROMENJIVA (LVN) RLC KOLA U PRINUDNOM SLOŽENOPERIODIČNOM REŽIMU
Novi Sad 2020.

PRIPREMA ZA VEŽBU 4

1. U LVN RLC kolu na Slici 1, vlada ustaljeni složenoperiodični režim pod dejstvom nezavisnog strujnog generatora čiji je signal $i_g(t) = \sqrt{2}I_1\cos(\omega t) + \sqrt{2}I_3\cos(3\omega t)$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Poznati parametri kola su $0 < G, \omega, I_1, I_3 < \infty$. U kolu važi $L = \frac{1}{2G\omega}$ i $C_1 = \frac{2G}{\omega}$.

a) U kompleksnom domenu, napisati redukovani tablo jednačina,
b) odrediti pomoću Matlab-a:
   1) prinudni odziv za napon kondenzatora, $u_{C\ prinudno}(t) = ?$
   2) aktivnu, reaktivnu, prividnu i snagu deformacije na kondenzatoru, $P_C = ?$, $Q_C = ?$, $S_C = ?$, $D_C = ?$

Napomena: kompleksne predstavnike i snage izrazite u konačnim izrazima u terminima parametara G, ω, I_1 i I_3 (zamenite L i C_1).



Slika1.

REŠENJE:

a) Posle prelaska u kompleksni domen, redukovani tablo jednačina glasi:

SKZ + KR: $\underline{I}_g(k) = \underline{I}_L(k) + jk\omega \cdot C_1\underline{U}_C(k)$
SKZ + KR: $G\underline{U}_G(k) = \underline{I}_C(k)$
NKZ + KR: $jk\omega \cdot L\underline{I}_L(k) = \underline{U}_C(k) + \underline{U}_G(k)$
KR: $\underline{I}_C(k) = jk\omega \cdot C_1\underline{U}_C(k)$

Redukovani tablo ima 4 promenljive (sistem jednačina bi mogli zatvoriti i po 3 promenjive, ali nam je četvrta promenjiva $\underline{I}_C(k)$ potrebna zbog kasnijeg računanja snaga na kondenzatoru).

b) Na početku definišemo potrebne konstante i promenljive kao pozitivne realne veličine

```
>> syms t w I1 I2 L G C1 positive
```

Prvo je potrebno naći kompleksne efektivne predstavnike $\underline{I}_g(k)$ pubude $i_g(t)$ na različitim kružnim učestanostima $k\omega$ ($\underline{I}_g(k)$ je skraćeni zapis za $\underline{I}_g(jk\omega)$, odnosno $\underline{I}_g(k\omega)$). Pošto je Matlab orjentisan ka paralelnom radu nad podacima (vektorizacija), definisaćemo vektor (u oznaci **sf_k**) kompleksnih učestanosti za harmonike (tj. klase signala složenoperiodične pobude). Najviši harmonik pobude je treći, pa imamo:

```
>> k = [0:3]
>> sf_k = j*k*w
```

Zatim definišemo pobudni signal u terminima zadatih veličina

```
>> ig = sqrt(2)*I1*cos(w*t)+sqrt(2)*I3*cos(3*w*t)
```

Efektivne predstavnike tražimo preko integrala $\underline{I}_g(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{2}{T}\int_0^T i_g(t)e^{-jk\omega t}dt$ za k=1,2,...,k_{max}, odnosno za jednosmernu komponentu preko $\underline{I}_g(0) = \frac{1}{T}\int_0^T i_g(t)dt$ (tj. $\underline{I}_g(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{2}{T}\int_0^T i_g(t)e^{-j0\omega t}dt\right)$, ako hoćemo da koristimo izraz za opšte $k > 0$ i u slučaju k=0). U ovom zadatku $i_g(t)$ nema jednosmernu komponentu, ali u opštem slučaju ona može postojati (konstantan signal se može posmatrati kao periodičan signal proizvoljne periode T, tj. kao prostoperiodičan signal na učestanosti 0ω=0). U Matlab-u još treba obratiti pažnju na to da se, zbog načina pristupa elementima vektora (prvom elementu vektora se pristupa sa indeksom 1), kompleksnim predstavnicima $\underline{I}_g(0)$, $\underline{I}_g(1)$, $\underline{I}_g(2)$... pristupa sa `Ig_k(1), Ig_k(2), Ig_k(3)`.

```
>> Ig_k = 1/sqrt(2)*w/pi*int(ig*exp(-sf_k*t), t, 0, 2*pi/w)
>> Ig_k(1) = Ig_k(1) / sqrt(2) % za jednosmernu komponentu
```

Na ovaj način se (korišćenjem vektorizacije) mogu odrediti svi kompleksni predstavnici u paraleli, kao vektor **`Ig_k`** kompleksnih efektivnih predstavnika za sve harmonike (u ovom primeru, k=0,1,2 i 3, tj. **`Ig_k`** je dimenzija 1x4. I svi ostali kompleksni predstavnici za sve struje i napone u kolu će biti smešteni u vektore 1x4, tj. koristićemo implicitno superpoziciju u rešavanju zadatka. Pri ovome treba voditi računa da bilo kakve računske operacije nad kompleksnim predstavnicima za različite harmonike nemaju smisla, npr. $\cancel{\underline{I}(0)+\underline{I}(1)+\underline{I}(2)}$!).

Zatim unosimo redukovani tablo jednačina, i rešavamo ga pomoću Matlab-a:

```
>> eq0 = Ig_k == Il_k + sf_k*C1*Uc_k
>> eq1 = G*UG_k == sf_k*C1*Uc_k
>> eq2 = sf_k*L*Il_k == Uc_k + UG_k
>> eq3 = Ic_k == sf_k*C1*Uc_k
>> Res = solve(eq0,eq1,eq2,eq3,Il_k,Uc_k,Ic_k,UG_k)
```

Dobijeni izrazi se dalje sređuju, pa je potrebno izraziti L i C_1 preko G i ω (veze zadate u postavci zadatka):

```
>> L = 1/(2*G*w)
>> C1 = 2*G/w
```

Dobijeni izrazi u strukturi **`Res`** su po promenljivama **`Ig_k`** i **`sf_k`**, pa ih treba srediti zamenjujući vrednost za **`Ig_k`** i **`sf_k`** za svaki harmonik posebno (kao što je već napomenuto, operacije nad kompleksnim predstavnicima različitih harmonika nisu dozvoljene). Da se operacije nad vektorima **`Ig_k`** i **`sf_k`** ne bi vršile kao u linearnoj algebri (“matrično“, što bi predstavljalo “mešanje“ harmonika), nego posebno za svaki harmonik (prvo za **`Ig_k(1)`** i **`sf_k(1)`**, pa za **`Ig_k(2)`** i **`sf_k(2)`**...) je potrebno da koristimo naredbu vektorizovane operacije, u izrazima da se umetne `.` ispred operacija `^`, `*` ili `/`, pretvarajući ih u `.*`, `.^` i `./`. Naredba **`eval`** izračunava vrednost kad se zamene **`Ig_k`**, a **`sf_k`** sa **`j*m*w`**. To možemo uraditi uz pomoć **`for`** petlje:

```
>> for m=1:length(k)
    Uc_k(m)=subs(Uc_k(m),sf_k,j*m*w)
    Ic_k(m)=subs(Ic_k(m),sf_k,j*m*w)
end
```

Dobijeni izrazi (vektori) sadrže efektivne predstavnike napona $u_C(t)$ i struje $i_C(t)$ za svih k harmonika. U ovom trenutku se može registrovati da li u kolu na nekoj kružnoj učestanosti $k\omega$ postoji rezonantni odziv. Ovo se može uraditi kao što je to objašnjeno u četvrtoj vežbi (korišćenjem naredbe **`numden`** i računanjem $P_n(jk\omega)$ za svaki harmonik). Drugi način da se to utvrdi je da ako se na nekoj kružnoj učestanosti $k\omega$, za neki odziv dobije **`inf`** (beskonačnost), tada se radi o rezonantnom odzivu, koji se mora računati drugim postupkom za taj harmonik. U slučaju u kome nema rezonancije, prinudni odziv se računa za svaki harmonik preko $a_k(t)=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\underline{A}_{eff}(k)\cdot e^{jk\omega t}\right]$. Na kraju, prinudni odziv u t-domenu se dobija kao zbir prinudnih odziva po svim harmonicima, $a(t)=\sum_{k=0}^{k\max} a_k(t)$. U Matlab-u se ovo ostvaruje sa:

```
>> Ucprin =
simplify(real(sum(expand(rewrite(sqrt(2)*Uc_k.*exp(sf*t),'sincos')))))
```

Primetite da iza **`Uc_k`** stoji operator `.*` . On takođe govori Matlab-u da množi elemente vektora red po red (za svaki harmonik), a ne matrično. Naredba **`sum`** sabira odzive na svim učestanostima. Naredba **`rewrite (izraz, 'sincos')`** prevodi sve pojave multiplikativne forme kompleksnog broja ($e^{j\theta}$) u adicionu formu ($\cos\theta$ + $j\sin\theta$), a **`real`** nalazi realni deo kompleksnog broja. Na kraju dobijamo prinudni odziv za $u_C(t)$. Ovde se još može skrenuti pažnja na to da se sabiranje odziva po harmonicima vrši isključivo u vremenskom domenu, iako Matlab-ova sintaksa prethodne složene naredbe može navesti na zaključak da se sumira u kompleksnom domenu (pre određivanja realnog dela izraza).

Konačno, aktivnu , reaktivnu, prividnu i snagu deformacije u složenoperiodičnom režimu (u oznakama P,Q,S,D) računamo preko definicionih izraza $P=\sum_{k=0}^{k\max}P(k)$, $Q=\sum_{k=0}^{k\max}Q(k)$, $S=U_{eff\ sps}\cdot I_{eff\ sps}=\sqrt{\sum_{k=0}^{k\max}\left|\underline{U}_{eff}(k)\right|^2}\cdot\sqrt{\sum_{k=0}^{k\max}\left|\underline{I}_{eff}(k)\right|^2}$, $D=\sqrt{S^2-P^2-Q^2}$, gde se snage za k-ti harmonik računaju preko $P(k)=\mathrm{Re}\{\underline{S}(k)\}$, $Q(k)=\mathrm{Im}\{\underline{S}(k)\}$ i $\underline{S}(k)=\underline{U}_{eff}(k)\cdot\underline{I}^{*}_{eff}(k)$. U Matlab-u, u ovom zadatku se snage na kondenzatoru računaju preko:

```
>> Pc = simplify(real(sum(Uc_k.*Ic_k'.')))
>> Qc = simplify (imag(sum(Uc_k.*Ic_k'.')))
>> Sc = simplify (sqrt(sum(abs(Uc_k).^2) * sum(abs(Ic_k).^2)))
>> Dc = simplify (sqrt(Sc^2 - Pc^2 - Qc^2))
```

Primetite da se i ovde koriste operatori `.*`, `.^`, pošto se operacije vrše za sve harmonike posebno, pa se rezultati sabiraju. Operator `'.'` služi za transponovanje kompleksne matrice ili vektora.