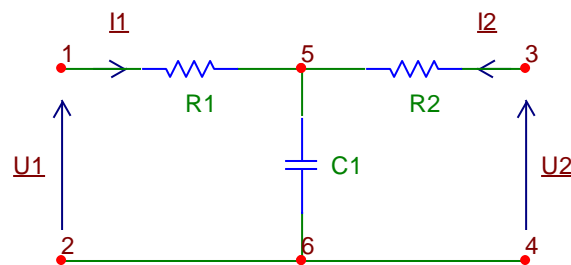


**PRIPREMA ZA VEŽBU 6**

1. Za dvopristupnu LVN RC mrežu na Slici 1, poznato je  $0 < R_1, R_2, C_1 < \infty$ . Prvi pristup mreže je između čvorova 1 i 2, a drugi između čvorova 3 i 4.

- U kompleksnom domenu, napisati redukovani tablo jednačina potrebnih za određivanje konstitutivnih relacija (KR) mreže u  $\underline{z}$ -formi.  
Koristeći Matlab:
- Odrediti (KR) mreže u  $\underline{z}$ -formi,
- Ispitati da li je mreža recipročna i odrediti uslove simetričnosti mreže,
- Za vrednosti parametara određenih pod c), odrediti (KR) mreže u  $\underline{y}$ -formi, i iz njih odrediti parametre ekvivalentne PI-mreže,
- Ako su  $R_1=R_2=10$  [ $\Omega$ ],  $C_1=0.01$  [F],  $f=50$  [Hz] i  $\omega=2\pi f$ , izračunati numeričke vrednosti  $\underline{z}$ -parametara,
- U Simulink-u, koristeći biblioteku SimPowerSystems nacrtati modele mreže sa slike 1 i njene ekvivalentne PI-mreže, i na njima izmeriti  $\underline{z}$ -parametre (potvrditi rezultate dobijene pod d) i e) ).



Slika1.

**REŠENJE:**

- U kompleksnom domenu, redukovani tablo jednačina glasi:

$$\text{NKZ} + \text{SKZ} + \text{KR:} \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \\ \underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + \frac{1}{j\omega C_1} (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \end{cases}$$

b) Redukovani tablo sadrži dve jednačine, u kojima figurišu 4 promenjive ( $\underline{U}_1$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{I}_2$ ). Ovde je jedino potrebno grupisati impedanse koje figurišu uz  $\underline{I}_1$  i  $\underline{I}_2$ . U opštem slučaju, za određivanje KR dvopristupne mreže izraženih u nekoj od 6 eksplicitnih formi preko primarnih parametara, ukoliko u sistemu jednačina figuriše  $n$  promenjivih, potrebno je postaviti  $n-2$  jednačine i rešiti ih po svim promenjivim *osim* po onim koje treba da se pojave kao kontrolišuće veličine u konkretnoj formi (ovde  $\underline{I}_1$  i  $\underline{I}_2$ ). U Matlab-u je, osim parametara kola, takođe potrebno definisati simboličke promenjive za kompleksne predstavnike struja i napona na pristupima mreže.

```
>> syms w R1 R2 C1 positive
>> syms U1_ U2_ I1_ I2_
>> eq1 = U1_ == R1*I1_ + 1/(j*w*C1)*(I1_+I2_) ;
>> eq2 = U2_ == R2*I2_ + 1/(j*w*C1)*(I1_+I2_) ;
```

```
>> res_za_KR_u_Z_formi = solve(eq1,eq2,U1_, U2_);
>> U1_ = collect(simplify(res_za_KR_u_Z_formi.U1_),I1_)
>> U2_ = collect(simplify(res_za_KR_u_Z_formi.U2_),I2_)
```

Parametre  $z_{11}$ ,  $z_{12}$ ,  $z_{21}$  i  $z_{22}$  možemo odrediti na sledeći način: budući da je

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$$

sledi da su

$$z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0}, \quad z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0}, \quad z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0}, \quad z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0}.$$

U Matlab-u,

```
>> z11_ = simplify(sym(subs(U1_/I1_,I2_,0)))
>> z12_ = simplify(sym(subs(U1_/I2_,I1_,0)))
>> z21_ = simplify(sym(subs(U2_/I1_,I2_,0)))
>> z22_ = simplify(sym(subs(U2_/I2_,I1_,0)))
```

Ovaj način određivanja primarnih parametara ima sledeću interpretaciju: za određivanje parametara  $z_{11}$  i  $z_{21}$ , polaznu mrežu treba na drugom pristupu „zatvoriti otvorenom vezom“ (fiksirati struju  $I_2$  na nulu), a na prvom pristupu je zatvoriti nezavisnim strujnim generatorom, čiji je kompleksni predstavnik u prinudnom prostoperiodičnom režimu  $I_1$  ( $I_1 = I_{test}$ ). Iz ovako dobijenog kola, određujemo  $z_{11}$  kao  $U_1/I_1$  i  $z_{21}$  kao  $U_2/I_1$ . Za određivanje parametara  $z_{12}$  i  $z_{22}$  formiramo drugo kolo, u kome polaznu mrežu na prvom pristupu zatvaramo otvorenom vezom (fiksiramo struju  $I_1$  na nulu), dok kolo pobuđujemo sa drugog pristupa nezavisnim strujnim generatorom  $I_2$  ( $I_2 = I_{test}$ ). Iz ovako dobijenog kola, određujemo  $z_{12}$  kao  $U_1/I_2$  i  $z_{22}$  kao  $U_2/I_2$ . U ostalim formama KR, kola treba zatvarati na odgovarajući način kratkim ili otvorenim vezama, odnosno pobuđivati nezavisnim naponskim ili strujnim izvorima (npr., u  $h$ -formi, prvo kolo pobuđujemo nezavisnim strujnim generatorom na prvom pristupu i zatvaramo kratkom vezom na drugom, a drugo kolo zatvaramo na prvom pristupu otvorenom vezom i pobuđujemo nezavisnim naponskim generatorom na drugom). Ovaj postupak ćemo koristiti u rešavanju zadatka pod tačkom f), tj. u simulaciji kola u Simulink-u.

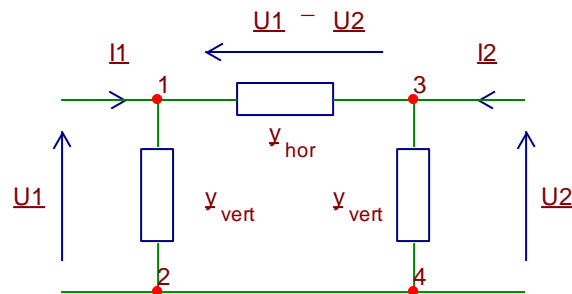
Recipročnost se u  $z$ -formi ispituje proverom da li je  $z_{12} = z_{21}$ , a simetričnost proverom da li je  $z_{11} = z_{22}$ . U ovom zadatku, mreža je recipročna ( $1/(j\omega C_1) = 1/(j\omega C_1)$ ), a iz uslova simetričnosti ( $R_1 + 1/(j\omega C_1) = R_2 + 1/(j\omega C_1)$ ) sledi da mora važiti  $R_1 = R_2$ .

Za neku recipročnu i simetričnu dvoprístupnu mrežu, parametri ekvivalentne PI mreže se najlakše određuju iz  $y$ -parametara, koji se lako određuju iz  $z$ -parametara (matrica  $z$  je inverzna matrica matrice  $z$ ). U Matlab-u,

```
>> syms R positive % nadalje cemo radi jednostavnosti koristiti oznaku R, R1=R2=R
>> R1=R;R2=R; % Matlabu treba proslediti uslov sim
>> z11_=subs(z11_);z12_=subs(z12_);z21_=subs(z21_);z22_=subs(z22_);
>> Zmatrica=[z11_,z12_;z21_,z22_]
>> Ymatrica=inv(Zmatrica)
>> y11_=simplify(Ymatrica(1,1)); y12_=simplify(Ymatrica(1,2));
>> y21_=simplify(Ymatrica(2,1)); y22_=simplify(Ymatrica(2,2));
>> ys_=y11_ % ys_ je y_s(opstveno) =y11_=y22_
>> ym_=y12_ % ym_ je y_m(edjusobno) =y12_=y21_
```

Recipročnu i simetričnu mrežu je, umesto sa 4 parametra, moguće opisati sa 2 parametra, koje smo radi jednostavnosti označili sa  $\mathbf{y}_s$  i  $\mathbf{y}_m$  (od  $\mathbf{y}_{sopstveno}$ , budući da  $\mathbf{y}_s$  opisuje uticaj sopstvene kontrolišuće promenjive na kontrolisanu promenjivu na nekom pristupu, i od  $\mathbf{y}_{medusobno}$ , koje opisuje međusobni uticaj dva pristupa, tj. uticaj kontrolišuće promenjive sa jednog pristupa na kontrolisanu promenjivu sa drugog pristupa).

Parametre ekvivalentne PI šeme određujemo u odnosu na smerove i oznake struja/napona i admitansi sa slike 1a:



Slika 1.a

U Matlab-u, parametre  $\mathbf{y}_{hor}$  i  $\mathbf{y}_{vert}$  određujemo na sledeći način:

```
>> clear U1_ I1_ U2_ I2_
>> syms U1_ I1_ U2_ I2_ y_vert_ y_hor_
>> jn1=I1_ =y_vert_*U1_ +y_hor_*(U1_-U2_);
>> jn2=I2_ =y_vert_*U2_ -y_hor_*(U1_-U2_);
>> jn3=I1_ =ys_*U1_ +ym_*U2_;
>> jn4=I2_ =ym_*U1_ +ys_*U2_;
>> res_za_PI_param=solve(jn1, jn2, jn3, jn4, y_vert_, y_hor_, I1_, I2_)
>> % ovo su opsti izrazi za parametre ekvivalentne PI seme,
>> % izrazeni preko ys i ym
>> y_vert_ =simplify(res_za_PI_param.y_vert_)
>> y_hor_ =simplify(res_za_PI_param.y_hor_)
```

Kao rezultat prethodnih naredbi dobijamo opšte izraze za  $\mathbf{y}_{vert}$  i  $\mathbf{y}_{hor}$  izražene u terminima parametara  $\mathbf{y}_s$  i  $\mathbf{y}_m$ ,  $\mathbf{y}_{vert} = \mathbf{y}_s + \mathbf{y}_m$ ,  $\mathbf{y}_{hor} = -\mathbf{y}_m$ . U ovom zadatku, nakon zamene dobijamo  $\mathbf{y}_{vert} = (j\omega C_1)/(j\omega RC_1+2)$  i  $\mathbf{y}_{hor} = 1/(R(j\omega RC_1+2))$ .

Da bi nacrtali ekvivalentnu PI šemu u Simulink-u, treba odrediti numeričke vrednosti impedansi u horizontalnoj i vertikalnim granama. Impedansa  $1/\mathbf{y}_{hor}$  se može predstaviti kao redna veza otpora  $2 \cdot R$  i kalema  $L_{ekv}=R^2 \cdot C_1$ . Impedansa  $\mathbf{y}_{vert}$  se može predstaviti kao redna veza otpora  $R$  i kondenzatora  $C/2$ . Jedan način da se to izvede u Matlab-u je:

```
>> % za brojne vrednosti u ovom zadatku (C1=1e-2[F], R1=R2=R=10[Oma])
>> % izracunacemo realne i imaginarne delove impedansi u PI
>> % ekvivalentnoj semi, i onda cemo ih intrepetirati kao
>> % R, C ili L sa konkretnim numerickim vrednostima:
>> R=10;C1=1e-2;
>> y_vert_ =simplify(sym(eval(y_vert_)));
>> y_hor_ =simplify(sym(eval(y_hor_)));
>> z_vert_ =1/y_vert_; % iz admitansi u impedanse
>> z_hor_ =1/y_hor_;
>> z_vert_real=simplify(real(z_vert_)) % realni deo daje otpor
>> % rezultat je 10, intrepetiramo ga kao otpor R=10 Oma
>> z_vert_imag=simplify(imag(z_vert_)) % imaginarni deo daje kalem ili
kondenzator
```

```

>> % rezultat je -200/w, sto interpretiramo kao kondenzator,
>> % -j*200/w=1/(j*w*0.005)=1/(j*w*0.5e-2), sto je polovina od 1e-2,
>> % koliko iznosi C => kondenzator C/2
>> z_hor_real=simplify(real(z_hor_))
>> % rezultat je 20, sto je 2*10, tj. otpor otpornosti 2*R
>> z_hor_imag=simplify(imag(z_hor_))
>> % rezultat je w, sto interpretiramo kao kalem induktivnosti 1H
>> % ovo je zapravo kalem cija je induktivnost
>> % Lekv=R^2*C=10^2*1e-2=100*0.01=1 Henri

```

Da bismo dobili numeričke vrednosti  $\underline{z}$  parametara sa kojima ćemo porediti izmerene vrednosti ovih parametara u Simulink-u, izračunati  $\underline{z}$ -parametri na  $f=50\text{Hz}$  su:

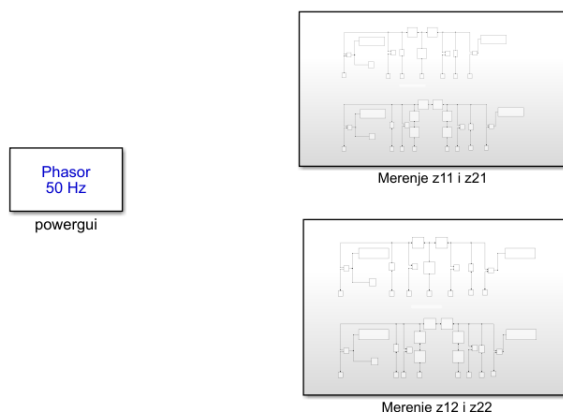
```

>> f=50;w=2*pi*f;
>> z11_=eval(z11_)
>> z12_=eval(z12_)
>> z21_=eval(z21_)
>> z22_=eval(z22_)
>> z11_moduo=abs(z11_)
>> z11_faza=rad2deg(angle(z11_))
>> z12_moduo=abs(z12_)
>> z12_faza=rad2deg(angle(z12_))
>> z21_moduo=abs(z21_)
>> z21_faza=rad2deg(angle(z21_))
>> z22_moduo=abs(z22_)
>> z22_faza=rad2deg(angle(z22_))

```

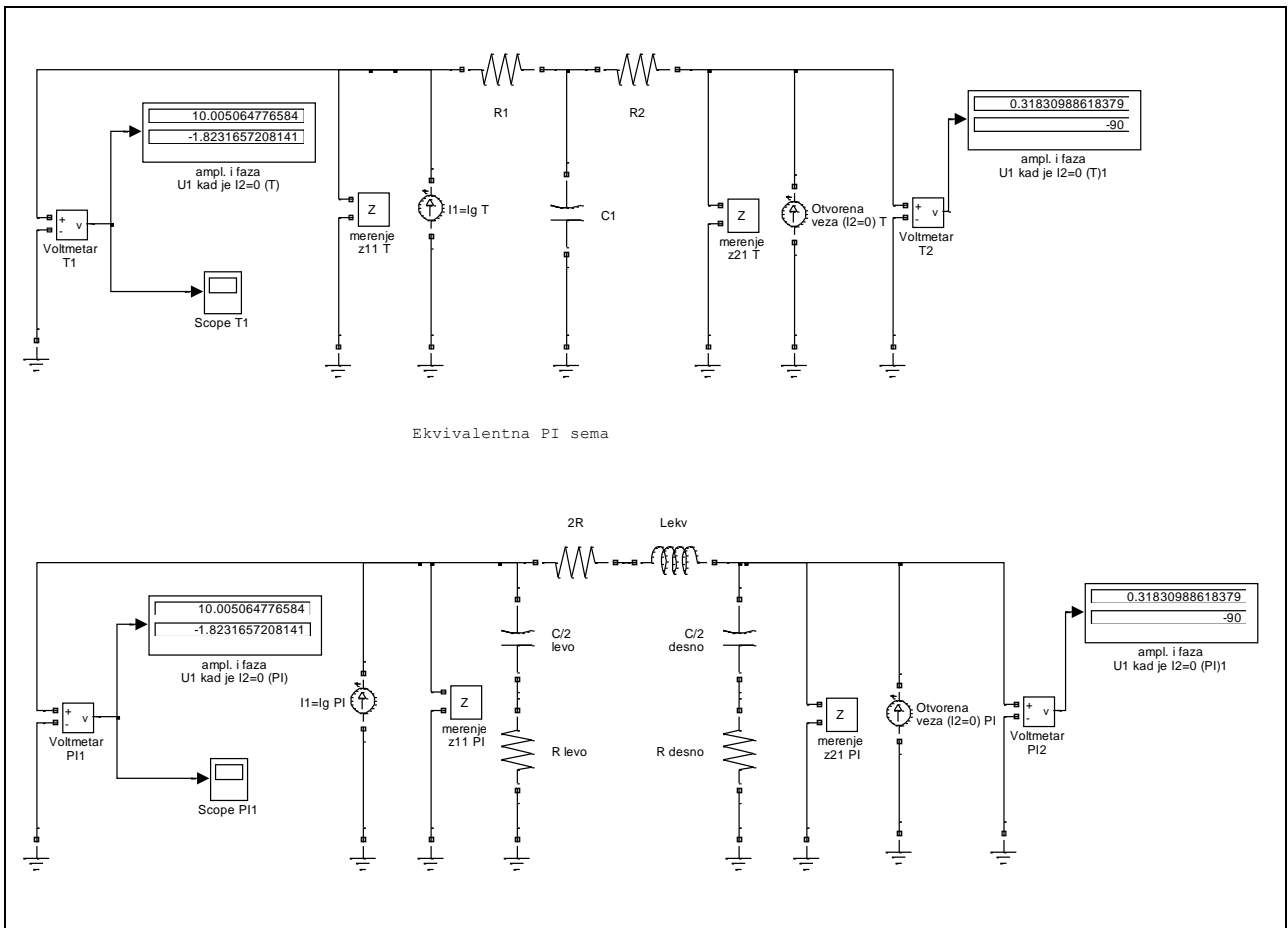
Tako smo dobili vrednosti  $|\underline{z}_{11}|=10.0051\Omega$ ,  $\angle\underline{z}_{11}=-1.8232^\circ$ ,  $|\underline{z}_{12}|=0.3183\Omega$ ,  $\angle\underline{z}_{12}=-90^\circ$ ,  $|\underline{z}_{21}|=0.3183\Omega$ ,  $\angle\underline{z}_{21}=-90^\circ$ ,  $|\underline{z}_{22}|=10.0051\Omega$ ,  $\angle\underline{z}_{22}=-1.8232^\circ$ .

Mrežu sa slike 1 i njoj ekvivalentnu PI mrežu možemo modelovati u Simulink-u, korišćenjem blokova iz SymPowerSystems (Simscape->Electrical->Specialized Power Systems ->Fundamental Blocks) biblioteke. Detaljno modelovanje obe mreže je priloženo u datoteci „TEK\_VEZBA\_5\_RES\_ZAD\_1\_SIMULINK“. Kada se ova datoteka učita, pojaviće se najviši nivo (top-model) u kome su mreže modelovane, čiji je izgled prikazan na slici 1b:

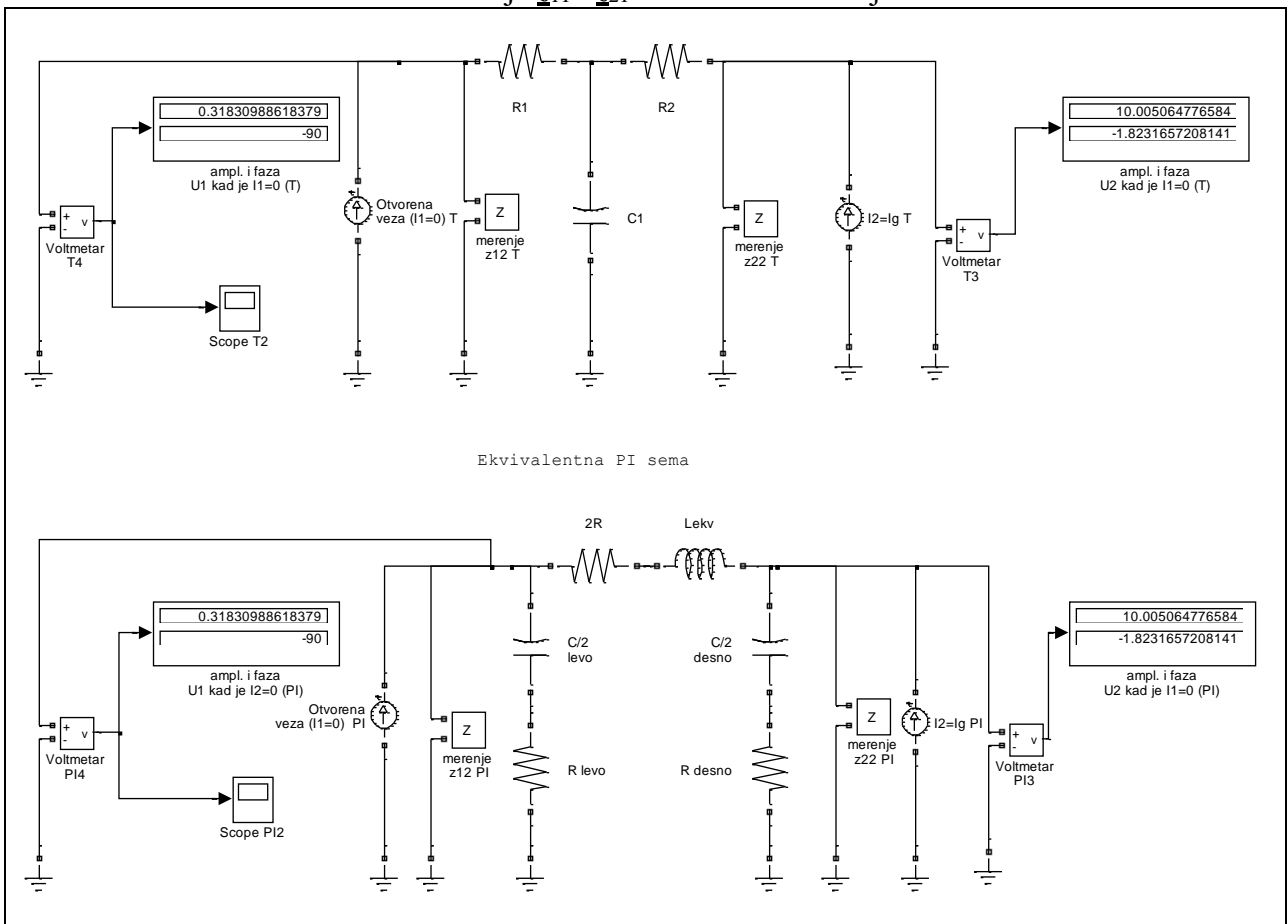


Slika 1.b

Levim dvoklikom miša otvaraju se dva pod-bloka (sub-systems) ovog modela, u kojima se mere parametri  $\underline{z}_{11}$  i  $\underline{z}_{21}$ , kao i  $\underline{z}_{12}$  i  $\underline{z}_{22}$ , u obe mreže (T i PI mreži), na način na koji je to objašnjeno ranije u pripremi ove vežbe. Njihov izgled je prikazan na slikama 1.c i 1.d:



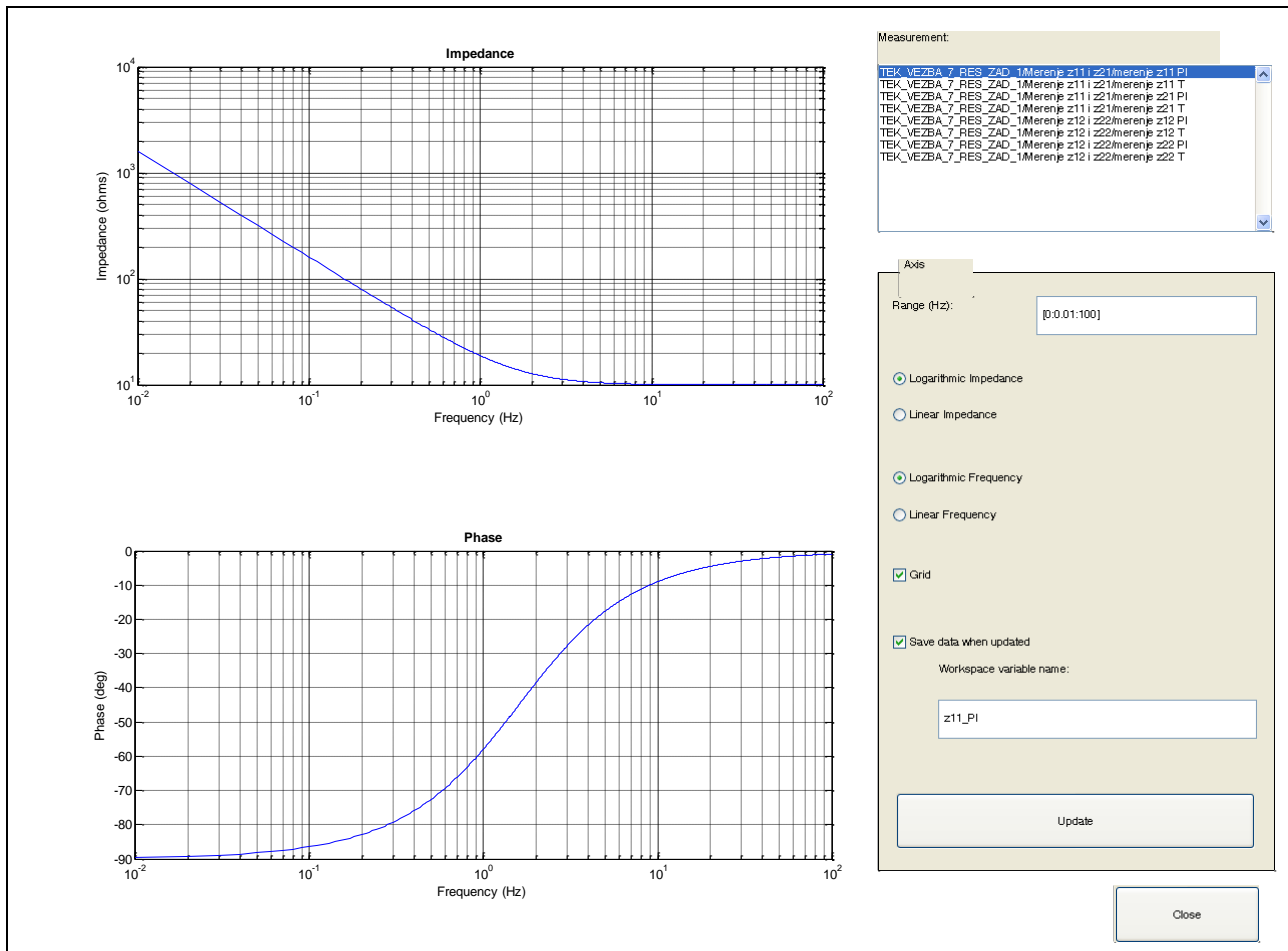
Slika 1.b: Merenje  $z_{11}$  i  $z_{21}$  u T i ekvivalentnoj PI mreži



Slika 1.c: Merenje  $z_{12}$  i  $z_{22}$  u T i ekvivalentnoj PI mreži

Nakon startovanja simulacije, na odgovarajućim displejima će biti prikazane vrednosti četiri  $z$  parametra, budući da su maksimalne vrednosti nezavisnih strujnih generatora zadate kao 1[A].

Detaljno pogledajte modelovanje svih podblokova koji se koriste u ovom modelu (otpornici, kalemi, kondenzatori, generatori, voltmetri, merenje impedanse itd.), tako što ćete napraviti levi dvoklik mišem na njih. Takođe pogledajte blok **powergui** (višenamenski grafički korisnički interfejs za različita merenja i određivanja odziva LTI sistema). U njemu se, između ostalog, mogu prikazati moduo i faza neke merene impedanse, u funkciji frekvencije  $f$  (zapravo grafik amplitudske i fazne karakteristike za neku impedansu). Do toga možete doći doklikom na **powergui**, pa izabrati *Tools*, pa *Impedance Measurement*. U ovom zadatku dobićete sadržaj slike 1.d:



Slika 1.d: Grafici amplitudske i fazne karakteristike za izmerenu impedansu  $z_{11}$

Još jedna interesantna funkcionalnost **powergui** bloka je detaljno merenje napona i struja za sve promenjive stanja koje se javljaju u modelu, pokazivanja voltmetara i ampermetara, signala nezavisnih izvora itd (dvoklik na **powergui**, pa *Tools* i na kraju *Steady-State*) što je prikazano na slici 1.e:

Powergui Steady-State Tool. model: TEK\_VEZBA\_7\_RES\_ZAD\_1

Steady state values:

```

STATES :
Uc_Merenje z11 i z21/C//2 desno = 2.0223e-002 V -176.36*
Uc_Merenje z11 i z21/C//2 levo = 6.3566e-001 V -88.18*
Uc_Merenje z11 i z21/C1 = 3.1831e-001 V -90.00*
Il_Merenje z11 i z21/Lekv = 3.1767e-002 A 93.64*
Uc_Merenje z12 i z22/C//2 desno = 6.3566e-001 V -88.18*
Uc_Merenje z12 i z22/C//2 levo = 2.0223e-002 V -176.36*
Uc_Merenje z12 i z22/C1 = 3.1831e-001 V -90.00*
Il_Merenje z12 i z22/Lekv = 3.1767e-002 A -86.36*

MEASUREMENTS :
Merenje z11 i z21/Voltmetar T2 = 3.1831e-001 V -90.00*
Merenje z12 i z22/Voltmetar PI3 = 1.0005e+001 V -1.82*
Merenje z11 i z21/Voltmetar PI2 = 3.1831e-001 V -90.00*
Merenje z11 i z21/Voltmetar T1 = 1.0005e+001 V -1.82*
Merenje z12 i z22/Voltmetar T3 = 1.0005e+001 V -1.82*
Merenje z12 i z22/Voltmetar PI4 = 3.1831e-001 V -90.00*
Merenje z12 i z22/Voltmetar T4 = 3.1831e-001 V -90.00*
Merenje z11 i z21/Voltmetar PI1 = 1.0005e+001 V -1.82*

SOURCES :
Merenje z11 i z21/I1-Ig PI = 1.0000e+000 A 0.00*
Merenje z11 i z21/I1-Ig T = 1.0000e+000 A 0.00*
Merenje z11 i z21/Otvorena veza (I2=0) PI = 0.0000e+000 A 0.00*
Merenje z11 i z21/Otvorena veza (I2=0) T = 0.0000e+000 A 0.00*
Merenje z12 i z22/I2-Ig PI = 1.0000e+000 A 0.00*
Merenje z12 i z22/I2-Ig T = 1.0000e+000 A 0.00*
Merenje z12 i z22/Otvorena veza (I1=0) PI = 0.0000e+000 A 0.00*
Merenje z12 i z22/Otvorena veza (I1=0) T = 0.0000e+000 A 0.00*

NONLINEAR ELEMENTS :
U_Merenje z11 i z21/merenje z11 PI = 1.0005e+001 V -1.82*
U_Merenje z11 i z21/merenje z11 T = 1.0005e+001 V -1.82*
U_Merenje z11 i z21/merenje z21 PI = 3.1831e-001 V -90.00*
U_Merenje z11 i z21/merenje z21 T = 3.1831e-001 V -90.00*
U_Merenje z12 i z22/merenje z12 PI = 3.1831e-001 V -90.00*
U_Merenje z12 i z22/merenje z12 T = 3.1831e-001 V -90.00*
U_Merenje z12 i z22/merenje z22 PI = 1.0005e+001 V -1.82*
U_Merenje z12 i z22/merenje z22 T = 1.0005e+001 V -1.82*
I_Merenje z11 i z21/merenje z11 PI = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z11 i z21/merenje z11 T = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z11 i z21/merenje z21 T = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z12 i z22/merenje z12 T = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z12 i z22/merenje z12 PI = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z12 i z22/merenje z12 T = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z12 i z22/merenje z22 PI = 0.0000e+000 A 0.00*
I_Merenje z12 i z22/merenje z22 T = 0.0000e+000 A 0.00*

```

Units: Peak values

Frequency: 50

Display:
 States
 Measurements
 Sources
 Nonlinear elements

Format: 4.930e+004 (floating point)

Update Steady State Values

Close

Slika 1.e. Merenja napona i struja u simuliranim kolima prikazanim na slikama 1.b i 1.c